**Решения заданий**

**II этапа республиканской олимпиады**

**по учебному предмету «Математика» в 2018/2019 учебном году**

**8 класс**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Номер задания** | **Решение** | **Оценивание в баллах** |
| **8-1**. | Так как , то то  ; .    *Ответ*: (–12;–2).  **Итого** | **10 баллов** |
| **8-2.** | Так как и простое, т. е. нечётное, то – чётное, т. е.  *Ответ*: .  *Примечание*. Для получения 15 баллов приведенного решения (для восьмиклассников) достаточно. Если будет приведено доказательство единственности решения (например, методом сравнения остатков при делении и *z*  на 6), то необходимо добавить 15 баллов.  **Итого** | *10 баллов*  *5 баллов*  **15 баллов**  **(30 баллов)** |
| **8-3.** | Отложим на стороне *АВ* отрезок *BD,* равный *ВС*. Тогда треугольник *BCD* – равнобедренный с углом при вершине , поэтому углы при основании равны .  Пусть *СЕ* – биссектриса треугольника *АВС*. Из условия следует, что *АСЕ* =, поэтому *АЕС* = Таким образом, в треугольнике *DEC* равны два угла, поэтому он равнобедренный.  Тогда *DСE* равен , поэтому *ACD* = Значит, треугольник *ACD* также равнобедренный, следовательно, *CE = CD = AD = AB* – *BD* = *AB-BC=*4.  *Ответ*: *СЕ* = 4.  **Итого** | *10 баллов*  *10 баллов*  *10 баллов*  **30 балла** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Номер задания** | **Решение** | **Оценивание в баллах** |
| **8-4** | Наименьшая площадь, которую могут занимать десять попарно неравных квадратов, равна 385 ( – это меньше площади исходного квадрата.  Но следующая по величине площадь, занимаемая квадратами, равна – это больше площади исходного квадрата. Значит, разрезать квадрат требуемым образом нельзя.  *Ответ*: нельзя.  **Итого** | *10 баллов*  *10 баллов*  **20 баллов** |
| **8-5.** | Из равенства следует  , что невозможно.  *Ответ*: не существует.  **Итого** | *15 баллов*  *10 баллов*  **25 баллов** |
|  | **ИТОГО** | **100 баллов** |

**Решения заданий**

**II этапа республиканской олимпиады**

**по учебному предмету «Математика» в 2018/2019 учебном году**

**9 класс**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Номер задания** | **Решение** | **Оценивание в баллах** |
| **9-1.** | Разобьём промежуток (–1; 3) на два:  и .  При получим:  При  Учитывая, что получим:  т. е.  Объединяя оба решения получим:  *Ответ*: (–5;15).  **Итого** | **10 баллов** |
| **9-2.** | Пусть *n* и *p* – число дней, когда дежурило 9 и 10 богатырей, причём каждый из них дежурил *m* раз. Тогда  При нет решений, при получим  *Ответ*: 7 дней.  **Итого** | *10 баллов*  *10 баллов*  **20 баллов** |
| **9-3.** | поэтому .  *Ответ:* .  **Итого** | *10 баллов*  *10 баллов*  **20 баллов** |
| **9-4.** | Пусть тогда т. е. откуда  **Итого** | *10 баллов*  *10 баллов*  **20 баллов** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Номер задания** | **Решение** | **Оценивание в баллах** |
| **9-5.** | 1. Пусть даны основания *a* и *b* и боковые стороны *c* и *d*. Предположим, что трапеция построена.  Проведём . Так как *ABCD* – параллелограмм, то откуда  может быть построен по трём сторонам *c*, *d* и *a – b*, а затем достроен до трапеции.  2. Построение. Строим отрeзок *a – b*. Строим по трём сторонам, где Строим прямую, параллельную *KD* и проходящую через точку *С*. На построенной прямой откладываем отрезок *CВ = b*, на прямой *KD* откладываем отрезок *AD = a*. Соединяем точки *А* и *В*. Трапеция *ABCD* – искомая.  3. Доказательство. *BC = b, AD = a, CD = d,* по построению. Докажем, что *AB = c*. Так как то отрезки *AK* и *BC* равны и параллельны. Тогда *АВСК* – параллелограмм по признаку параллелограмма. Отсюда *АВ = КС = с*.  4. Исследование. Как следует из доказательства, задача имеет решение, если из отрезков *c*, *d* и *a – b* можно построить треугольник, а это возможно, если выполняется неравенство треугольника:  *В*  *С*  *D*  *K*  *A*  *b*  *d*  *a – b*  *с*  *В*  *С*  *D*  *K*  *A*  *b*  *d*  *a – b*  *с*  *a*  *a*  **Итого** | *10 баллов*  *10 баллов*  *5 баллов*  *5 баллов*  **30 баллов** |
|  | **ИТОГО** | **100 баллов** |

**Решения заданий**

**II этапа республиканской олимпиады**

**по учебному предмету «Математика» в 2018/2019 учебном году**

**10 класс**

| **Номер задания** | **Решение** | **Оценивание в баллах** |
| --- | --- | --- |
| **10-1.** | 1. тогда  2. тогда  3.  тогда ,т. е.  *Примечание.* Недопустимо использование формулы  *Ответ*: (0,94; 4,86). **Итого** | **10 баллов** |
| **10-2.** | Угол между касательной и хордой равен половине дуги, которую отсекает хорда, а вписанный угол равен половине дуги, на которую опирается.    Следовательно, углы *ВМС* и *HNC* равны, так как оба равны половине дуги *МС*. Значит, прямоугольные треугольники *МВС* и *NH*C подобны и Аналогично из подобия треугольников *NDC* и *MHC* можем записать .  Перемножим почленно два полученных равенства, получим . Значит, площадь четырёхугольника ABCD равна  *Ответ*:  **Итого** | *5 баллов*  *10 баллов*  *5 баллов*  **20 баллов** |
| **10-3.** | Пусть разность прогрессии равна *d* и один из её членов где – натуральное число.  Тогда число также является членом прогрессии при любом натуральном *k*.  Итак, указано бесконечное количество членов прогрессии, являющихся квадратами натуральных чисел.  **Итого** | *5 баллов*  *15 баллов*  *5 баллов*  **25 баллов** |
| **10-4** | Преобразуем подкоренное выражение:  Число целое, т. к. сумма цифр числа равна 3, следовательно, делится на 3.  Заметим, что число не может быть квадратом некоторого натурального числа при т.к. даёт в остатке 3 при делении на 4, а квадраты целых чисел могут давать в остатке при делении на 4 только 0 или 1.  Таким образом, доказано, что выражение, стоящее под знаком квадратного корня, не является квадратом целого числа, что и означает иррациональность квадратного корня.  **Итого** | *10 баллов*  *5 баллов*  *10 баллов*  **25 баллов** |
| **10-5.** | Предложим, то такая функция *f* существует. Пусть Тогда  Аналогично, (противоречие).  *Ответ*: не существует.  **Итого** | *10 баллов*  *5 баллов*  **15 баллов** |
|  | **ИТОГО** | **100 баллов** |

**Решения заданий**

**II этапа республиканской олимпиады**

**по учебному предмету «Математика» в 2018/2019 учебном году**

**11 класс**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Номер задания** | **Решение** | **Оценивание в баллах** |
| **11-1.** | Из формул приведения следует, что  Тогда, учитывая, что  получаем, что угол радиан и угол радиан — острые.  Поэтому в силу неравенства  и возрастания синуса на (0;  *Ответ*:  **Итого** | *5 баллов*  *5 баллов*  *5 баллов*  **15 баллов** |
| **11-2.** | Покажем, что около четырёхугольника *CONK* можно описать окружность, где *О* – центр вписанной в окружности.    Пусть Тогда  Значит,  равнобедренный и  Отсюда что и доказывает вписанность четырёхугольника *CONK* в окружность.  Но тогда Значит, , что и требовалось доказать.  **Итого** | *10 баллов*  *10 баллов*  *5 баллов*  **25 баллов** |
| **11-3.** | Разобьём промежуток на два: и  1. Пусть тогда т. е. и .  Значит . Следовательно,  2. или тогда  Значит  следовательно,  Объединяя решения, получим  **Итого** | **10 баллов** |
| **11-4** | Для того чтобы корни квадратного уравнения были рациональными, надо, что бы выражение являлось полным квадратом.  Пусть .  – нечётное число, так как делится на 2.  Значит, дискриминант является квадратом нечётного числа, то есть (поскольку каждое нечётное число можно представить в виде – это число при делении на 8 даёт остаток 1 .  Но при делении на 8 даёт остаток 5, противоречие.  Значит, не может являться полным квадратом.  Тогда корни не могут быть рациональными, что и требовалось доказать.  **Итого** | *10 баллов*  *10 баллов*  *10 баллов*  **30 баллов** |
| **11-5.** | Пусть  Тогда имеем: .  Подставим:  Значит,  Пусть  Проверка показывает, что единственная найденная функция удовлетворяет условию задачи.  *Ответ*:  **Итого** | *10 баллов*  *10 баллов*  **20 баллов** |
|  | **ИТОГО** | **100 баллов** |

#### Предлагаемые критерии

#### оценки выполнения заданий II этапа республиканской олимпиады

**по учебному предмету «Математика» в 2018/2019 учебном году**

**1**. Каждая задача оценивается определённым количеством баллов. В решении задач предложено количество выставляемых баллов за каждый верный этап решения задачи, если методы решения данных задач совпадают. В противном случае руководствоваться пунктами 2-9.

**2.** За полностью решенную и оформленную задачу – предложенное количество баллов.

**3.** За неполное решение, при наличии ошибок и недочетов в решении и оформлении – целое число баллов от 1 до предложенного максимума баллов.

**4.** За принципиально неверный подход к решению или при отсутствии решения – 0 баллов.

**5.** За оригинальное решение задачи (менее трудоемкое, чем предложенное составителем) оценка может быть повышена на 10 % баллов от предложенного максимума баллов.

**6.** Оценка снижается на 10% баллов в случае, если решение в целом верно, но есть или ошибка/ошибки (описка/описки) в промежуточных вычислениях или незначительный логический пропуск в рассуждениях, не отразившийся на правильном конечном результате

**7.** Оценка снижается на 20% баллов в случае, если решение в целом верно, но есть ошибка (описка) в промежуточных вычислениях, в результате которой получен численно неправильный конечный результат.

За каждую последующую ошибку (описку) в пределах задания, дополнительно искажающую результат, оценка дополнительно снижается на 10% баллов от заявленных .

За переходящую ошибку баллы повторно не снимаются.

**8.** Оценка снижается на 60% баллов в случае, если есть предпосылки к решению, например, сформулированы положения, которые могут привести к решению, но решения нет или допущена грубая ошибка.

**9.** Оценка снижается на 80% баллов в случае, если решение начато, но неверно, есть правильно сформулированные теоретические положения.